Quadratura Circuli, Cubatio Sphæræ, Duplicatio Cubi,

Breviter demonstrata.

Auct. THO. HOBBES.

LONDINI:
Excudebat *J. C.* Sumptibus *Andrææ Crooke.* 1669.

Prop. I.

Circulo dato Quadratum invenire æquale.

SIt (in Figura prima) Circulus datus BCDE, cujus centrum A, divisus quadrifarium a diametris BD, CE. Circulo huic circumscribatur quadratum FGHI, quod tangit circulum in punctis B,C,D,E. Ducantur diagonales GI,HF secantes circulum in punctis K,L,M,N. Secetur semilatus CG bifariam in O, ducaturq; AO secans circulum in P. Per punctum P ducatur recta QR parallela GH, secans AG,AH in Q & R,& AC in Y,compleaturq; quadratum QRST. Dico quadratum QRST æquale esse Circulo BCDE dato.

Quoniam enim recta CG secta est bifariam in O, & triangulorum ACG, AYQ bases CG, YQ sunt parallelæ, etiam basis YQ secta est bifariam in P, & proinde triangula AYP, APQ sunt æqualia.

In arcu LC sumatur arcus LV æqualis arcui CP,ducaturq; AV, secans YP in X.

Jam APL+PQL+CYP=AVL=ACP(quia APL+PQL =AYP). Item ACV+AVP=ACP=AVL.

Quare *APL+PQL+CYP=ACV+AVP*.

Ablatis igitur utrinq; æqualibus *APL*, *ACV*, restant *PQL+CYP=AVP*.

Quoniam ergo *AVP* Sector additus Sectoribus *ACV*, *ALP* æqualibus facit Sectorem integrum *ACL*, etiam duo trilinea *PQL*, *CYP* addita iisdem Sectoribus *ACV*, *ALP* æqualibus facient duo triangula æqualia Sectori eidem *ACL*. Jam trilineum *PQL* additum Sectori *ALP* facit triangulum *APQ*. Et (quia *ALP*, *ACV* Sectores sunt æquales, & triangula *AYP*, *APQ* æqualia) trilineum idem *PQL* additum Sectori *ACV* facit triangulum *AYP*.

Si ergo *PQL*, *CYP* sunt æqualia, totum triangulum *AYQ* æquale erit Sectori integro *ACL*. Sin *PQL* sit majus vel minus quam *CYP*, triangulum *AYQ* erit majus vel minus Sectore *ACL*. Aut ergo in triangulo *ACG* triangulum rectangulum, cujus vertex sit A, æquale Sectori *ACL* sumi nullum potest, aut P*QL*, *CY*P sunt æqualia. Quorum prius est absurdum. Sunt ergo P*QL*, *CY*P æqualia; quorum alterum P*QL* totum prominet extra Sectorem *ACL*, alterum nempe *CY*P totum in eodem Sectore *ACL* est immersum.

Quare triangula *AY*P, *A*P*Q* simul sumpta, id est octava pars totius quadrati *QRST*, æqualia sunt duobus Sectoribus *AC*P, *A*PL simul sumptis, id est octavæ parti totius circuli BCDE dati; & totum quadratum *QRST* æquale circulo integro BCDE.

Inventum est ergo Circulo dato Quadratum æquale.

Cor. Si Centro *A* semidiametro *Ab* quæ sit media proportionalis inter latus *AC* & ipsius dimidium, describatur arcus circuli secans *AO* in *b* & *AV* in *c*, & *AC* in *h*, erit tum Sectorculus *Abc*, tum quadrilineum VP*bc*, æquale trilineo *CY*P. Præterea, si a puncto *b* ad latus *AC* ducatur perpendicularis *be*, erit trilineum *hbe* dimidium trilinei *CY*P.

Corol.

Corol. 2. Sequitur etiam, Excessum quadrati ABGC supra quadrantem *ABC* esse ad excessum quadrantis ejusdem supra dimidium quadrati *ABGC* ut 2 ad 3.

Ducta enim a puncto *L* ad latus *AC* perpendiculari *Lb*, erit triangulum *ALb* dimidium trianguli *AGC*.

Jam triangulum *AGC* ad triangulum *AYQ* est ut 5 ad 4. Ergo trapezium *CYQG* est 1, quorum triangulum *AGC* est 5, & triangulum *AYQ* 4, & triangulum *ALb* $2\frac{1}{2}$. Et quia triangulum *AYQ* Sectori *ACL* est æquale, triangulum AGC est 5, quorum Sector ACL est 4.

Ergo trilineum CLG est 1, quorum Sector ACL est 4; idemq; trilineum CLG æquale est trapezio CYQG.

Quoniam ergo triangulum *ALb* est $2\frac{1}{2}$, quorum Sector *ACL* est 4, erit trilineum *CLb* $1\frac{1}{2}$, quorum trilineum *CLG* est 1, & trilineum *CLBG* (ipsius *CLG* duplum) 2 (qui est Excessus quadrati *ABGC* supra quadrantem *ABC*) & trilineum *CLb* duplicatum (nempe excessus quadrantis *ABC* supra *ALb* duplicatum) erit 3 quorum trilineum *CLBG* est 2. Est ergo excessus quadrati *ABGC* ad excessum quadrantis supra dimidium quadrati *ABGC* ut 2 ad 3. Quod erat demonstrandum.

Prop. II.

Cubus a latere QR æqualis est Sphæræ a Diametro CE.

Si enim (supposito quod planum quadrati FGHI sit in Horizonte) erigantur in punctis C, Y, P, Q, L, 6, B, γ, T,

γ, T, K, δ, E, p, ε, S, N, ζ, D, η, R, M, θ, perpendiculares altitudine quanta eſt recta AC ſupra Horizontem, planum ductum per illarum terminos erit quadrato FGHI parallelum, & diſtinctum partibus iiſdem quibus diſtinguitur quadratum ipſum FGHI in dictis punctis. Atq; idem continget ſi eædem perpendiculares productæ ſint ad eandem altitudinem AC infra Horizontem.

Similiter ſi in punctis Q, P, θ, R, η, ζ, S, ε, δ, T, γ, ϛ, in altitudine AY erigantur perpendiculares ſupra Horizontem, planum ductum per illarum terminos erit quadrato *QRST* parallelum. Atq; idem continget etiam infra Horizontem, eruntq; facti duo Cubi quorum latera ſunt *GH* & *QR*. In Cubo autem cujus latus eſt *QR* erunt quatuor ſolida ſub altitudine *QR*, & plano trilineo *PQϛ*, quæ erunt tota extra Sphæram cujus diameter eſt CE. Et alia quatuor ſub eadem altitudine (nam plana erecta per latera *QR*, *RS*, *ST*, *TQ* Sphæram ſecantia faciunt ſectiones eaſdem cum trilineis *PCθ*, *PQϛ*) & baſe trilinea *PCθ* æquali trilineo *PQϛ*, quæ erunt tota intra Sphæram cujus diameter eſt CE. Quare Cubus a latere *QR* tantum extat extra Sphæram a diametro *CE* ex una parte, quantum Sphæra a diametro *CE* excedit Cubum a latere *QR* ex altera parte. Sunt ergo Cubus a latere QR & Sphæra a diametro CE inter ſe æquales.

Prop. III.

Invenire rectam æqualem arcui CL.

Repetatur in Fig. 2ª pars Figuræ primæ, in qua quadratum *QRST* æquale eſt circulo *BCDE*. Centro A, intervallo AY deſcribatur arcus circuli ſecans AO in *d*, & AG in *b*; & per punctum *d* ducatur recta *Zc* parallela GC ſecans AC in Z, & AG in *c*.

Dico rectam Z*c* æqualem eſſe arcui CL.

Nam CG, YQ, Z*c* ſunt continuè proportionales. Et (per Archimedem de Dimenſione Circuli) triangulum rectangulum cujus latus unum circa angulum rectum æquale eſt perimetro circuli, & latus alterum æquale ſemidiametro, æquale eſt totius circuli areæ.

Ergo rectangulum ſub ſemiperimetro & radio æquale eſt areæ ejuſdem circuli.

Ergo rectangulum ſub parte quarta perimetri & radio æquale eſt areæ ſemicirculi BCD.

Ergo rectangulum ſub octava parte perimetri & radio, id eſt rectangulum ſub AC & arcu CL, æquale eſt areæ quadrantis ACB.

Ergo quadratum a media proportionali inter AC & arcum CL æquale eſt areæ quadrantis ejuſdem ACB.

Sed quadratum ab YQ æquale eſt areæ quadrantis ACB.

Ergo YQ eſt media proportionalis inter AC vel CG, & arcum CL.

Sed

Sed YQ est media proportionalis inter CG & Zc.

Ergo Zc æqualis est arcui CL sive octavæ parti totius perimetri $BCDE$, id est semissi arcus CB.

Prop. IV.

Si in latere CG *producto sumatur* Gi *dupla rectæ* Zc, *jungaturq́;* Bi *secans* AC *in* e; *erit arcus quadrantis descripti radio* Ae *æqualis lateri* GC.

CUm enim recta Zc æqualis sit arcui CL, erit recta Gi æqualis arcui BC. Sunt autem triangula BGi, BAe similia. Quare ut Gi ad BG, ita BA (id est BG) ad Ae. Sed Gi æqualis est arcui quadrantis descripti radio BG. Quare latus BG æquale est arcui quadrantis descripti radio Ae.

Sequitur hinc arcum ef secantem AG in f, & AO in g æqualem esse semissi lateris AC, & esse ad rectam Zc ut radius ad quadrantem sui circuli.

Prop.

Prop. V.

A puncto L ducatur recta Lh parallela lateri GC secans AC in b; & eb parallela eidem lateri GC, secans AG in h, & AC in e. Dico jam tres rectas Zc, hL, eb sive AZ, Ah, Ae esse continuè proportionales.

Cum enim *Gi*, *AC*, *eb* sint continuè proportionales, item *AG*, *AC*, *hL* continuè proportionales, & *AC* utrobiq; media, erit ut *Gi* ad *AG* ita reciproce *hL* ad *eb*. Quare ut *Gi* ad *AG* (id est *Zc* semissis ipsius *Gi* ad *hL* semissem ipsius *AG*) ita *hL* ad *eb*.

Sunt ergo *Zc*, *hL*, *eb* sive *AZ*, *Ah*, *Ae* continue proprotionales.

Constat hinc rectam *AQ* æqualem esse duplæ *eb*.

Constat præterea arcum *Zn* ductam radio *AZ* & terminatum in *AG*, & rectam *Lh* secare rectam *AO* in uno & eodem puncto; alioqui non esset *Zc*,*hL*,*eb* continue proportionales.

Prop. VI.

Ut latus CG *vel* AC, *ad* Zc *sive* AZ, *ita est* Ae *ad semissem lateris* CG *vel* AC.

SEcetur enim *AC* bifariam in *k*, ducaturq; *kl* parallela *CG* secans *AG* in *l*. Quoniam ostensum est *Gi*, *CG*, *Ae* esse continue proportionales, erit ut *GC* ad semissem *Gi*, ita *Ae* ad semissem lateris *AG*, id est ut *AC* vel *CG* ad Z*c* vel *AZ*, ita *Ae* vel *eb* ad *Ak* vel *kl*.

Prop. VII.

Quadratum ab AZ *vel* Zc *æquale est decem quadratis a quarta parte lateris* AC.

QUadratum enim ab AO æquale est quinq; quadratis a semi-radio CO, id est viginti quadratis a quarta parte AC. Sed AO, Ac sunt æquales. Quare quadratum ab Ac æquale est viginti quadratis a quarta parte AC. Sed quadratum ab Ac duplum est quadrati ab AZ vel Zc. Ergo quadratum ab *AZ* vel Z*c* æquale est decem quadratis a quarta parte lateris AC.

Corol. Quadratum a G*i* quadruplum est quadrati ab AZ, & proinde quadratum a G*i* æquale est 40 quadratis a quarta parte lateris AC.

PROP.

PROP. VIII.

Viginti quinq; quadrata a quinta parte arcus BC *vel rectæ* Gi *æqualia sunt decem quadratis a semi-radio* CO.

NAm viginti quinq; quadrata a quinta parte arcus BC æqualia sunt quadrato ab ipso arcu BC sive a recta G*i*, id est (per præcedentem) decem quadratis a semi-radio CO; vel (quod idem est) 40 quadratis a quarta parte lateris AC.

Corollarium.

1. Decem quadrata a quinta parte arcus BC sunt æqualia quatuor quadratis a semi-radio CO, id est ipsi quadrato ab AC; quia est ut 25 ad 10 ita 10 ad 4.

2. Item quadratum a duabus quintis arcus BC æquale est quadrato ab A*e*, quia est ut 25 ad 10, ita 10 ad 4, & sunt arcus BC, radius AC, & recta A*e* continue proportionales.

3. Item arcus quadrantis descripti a G*i* ut semidiametro æqualis est quintuplo semiradio CO.

Quadratum enim ab AC ad quadratum ab arcu BC est ut 4 ad 10, ratio autem 4 ad 10 semissis est sive subduplicata rationis 4 ad 25, quare arcus descriptus a G*i* erit latus quadrati quod est æquale viginti quinq; quadratis a semiradio CO, quia quadratum ab AC, & quadratum

a G*i*, & quadratum a quintupla CO ſunt continue proportionalia.

4. Item quintupla CO, recta *Gi*, recta CG, recta A*e*, & $\frac{2}{5}$ radii AC ſunt continue proportionales.

Quorum enim G*i* poteſt 25, eorundem AC poteſt 10: Quorum ergo *AC* poteſt 25, eorundem *Ae* poteſt 10. Eſt ergo A*e*, media proportionalis inter AC & duas quintas ejuſdem.

Ergo quintupla CO, recta G*i*, &c.

5. Eadem A*e* æqualis eſt duabus quintis arcus BC. Nam quadrata a G*i*, AC, A*e*, ſunt ut $\frac{25}{25}$, $\frac{10}{25}$ & $\frac{4}{25}$. Quare latus A*e* eſt $\frac{2}{5}$ arcus BC.

Notandum quod rectæ G*i*, AC, A*e* dupliciter æſtimantur, uno modo per partes arcus BC, alio per partes radii AC.

Prop. IX.

Si a puncto n *ducatur recta* nm *parallela* CG *ſecans* AC *in* m; *Dico ſeptem rectas* AC, AY, AZ, A*b*, A*e*, A*m*, A*k*, *eſſe continuè proportionales.*

Cum enim AC, AY, AZ ſint continue proportionales per constructionem; oſtenſumq; ſit AZ, A*b*, A*e* eſſe continue proportionales; poſitis ordine quantitatibus AC, AY, AZ, A*b*, A*e*, ratio AC ad A*e* erit (per Eucl. 14.28.) duplicata rationis AY ad A*b*. Sed ratio AY ad AZ ſubduplicata eſt rationis AC ad AZ. Quare ratio AY ad

AZ

AZ eadem est cum ratione AZ ad A*b* vel A*b* ad A*e*. Sunt ergo AC, AY, AZ, A*b*, A*e* continuè proportionales. Rursus, quia AC, A*b*, A*k* sunt continue proportionales (nam A*b* æqualis est dimidiæ diagonali AG) & AZ, A*b*, A*e* sunt ostensæ continuè proportionales; erit ut *AC* ad *AZ*, ita reciproce *Ae* ad *Ak*.

Quia deniq; tres rectæ *Ab*, *An*, *Al* sunt æquales tribus *AY*, *AZ*, *Ab* continue proportionalibus, etiam ipsæ sunt continue proportionales.

Sunt ergo septem rectæ *AC*, *AY*, *AZ*, *Ab*, *Ae*, *Am*, *Ak* continue proportionales.

Propositio hæc sine alia demonstratione, perspicua est ab ipso Diagrammatis intuitu. Impossibile enim est, ut septem rectæ continue proportionales sint in ratione *CG* ad *QY*, nisi arcus ab antecedente descriptus, & recta proxime consequens se mutuo secent in recta *AO*; ut quemadmodum arcus ab *AC* secat *YQ* in P, ita arcus ab *AY* secet Z*c* in *d*.

Prop. X.

Calculus numericus quadratorum a septem antedictis rectis AC, AY, AZ, &c.

MAnifestum est (per Eucl. 1.47.) quod quadratum ab AO ad quadratum ab AC vel AP est ut 5 ad 4, quia GC æqualis AC secta est bifariam in O; & est ut AO ad AC vel AP, ita AP ad AY vel YQ.

Rursus, quia YQ parallela GC secta est bifariam in P, quadratum ab AY vel YQ est ad quadratum a Zc ut 5 ad 4; quia GC, Zc sunt parallelæ, & recta AO secat arcum Yb ad d, & dividitur Zc bifariam in d.

Item quadratum a Zc (quod est 10 quorum AC quadratum est 16) est ad quadratum ab bL, (quod est octo, quorum AC quadratum est 16) ut 10 ad 8, id est ut 5 ad 4.

Item, quoniam quadratum ab AC ostensum est æquale 10 quadratis a quinta parte arcus BC, dimidium ejus, hoc est quadratum ab bL æquale est quinq; quadratis ab eadem quinta parte arcus BC. Sed ostensum est rectam eb vel Ae æquale esse duabus quintis arcus BC, & proinde quadratum ejus æquale esse quatuor quadratis a quinta parte arcus BC.

Est ergo quadratum ab bL, sive Ab ad quadratum ab eb sive Ae ut 5 ad 4.

Postremò, cum quadrata ab AC, AZ, Ae, sint continue proportionalia in ratione 16 ad 10, sive 10 ad $6\frac{1}{4}$, erit quadratum ab Ae $6\frac{1}{4}$ eorum quorum quadratum ab Am sunt quinq; (nam Am est semissis rectæ AO) & quadratum ab Ak 4. Sed $6\frac{1}{4}$. 5. 4. sunt continue proportionales in ratione 5 ad 4. Nam multiplicatis omnibus per 4 fiunt (ratione non mutata) 25, 20, 16, quæ sunt in continua ratione 5 ad 4.

Etiam (intermissis quadratis alternis) quia quadratum ab AC est $\frac{10}{25}$ quadrati ab arcu BC, & quadratum ab AZ est $\frac{10}{16}$ quadrati ab AC, erit quadratum ab AC ad quadratum ab AZ ut 25 ad 16, id est in duplicata ratione 5 ad 4. Deinde quia AZ est æqualis semissi arcus BC, quadratum ejus

ejus erit quarta pars quadrati ab arcu BC, id eſt, quorum quadratum ab arcu BC eſt 25, eorum quadratum ab AZ eſt $6\frac{1}{4}$. Quia autem quadratum ab AC eſt $\frac{10}{25}$ ejuſdem quadrati ab arcu BC, quadratum ab *bL* erit $\frac{5}{25}$. Sed quadratum ab *eb* eſt $\frac{4}{25}$. Eſt ergo rurſus quadratum ab AZ ad quadratum ab *eb* ſive A*e* in duplicata ratione 5 ad 4. Nam $6\frac{1}{4}$. 5. 4 ſunt continue proportionales.

Quare calculus Arithmeticus demonſtrationi Geometricæ proxime præcedenti non repugnat.

Eſt autem calculus alius Arithmeticus, etiam verus, qui repugnat; demonſtrationem tamen non deſtruit. Procedit autem calculus quem dico per Regulam auream.

Exempli cauſa, oſtenſum eſt quadratum a CG æquale eſſe 10 quadratis a quinta parte arcus BC, & rectam AQ duplam eſſe rectæ A*e*, & quadratum ab A*e* æquale eſſe 4 quadratis a quinta parte arcus BC, & proinde quadratum ab AQ æquale eſſe ſedecem quadratis a quinta parte arcus BC, & quadratum ab Y*Q* æquale eſſe 8 quadratis ab eadem quinta parte arcus BC; deniq; quadratum a CG ad quadratum ab Y*Q* eſſe ut 10 ad 8.

Examinemus hæc jam per Regulam auream. Multiplicetur 8 in ſe, factus erit 64, qui diviſus per 10 facit quotientem $6\frac{2}{5}$ pro quadrato a Z*c*. Sed quadratum a Z*c* eſt quarta pars quadrati a toto arcu BC, ſive quarta pars 25 quadratorum a quinta parte arcus BC; & proinde erit $6\frac{1}{4}$ quorum CG quadratum eſt 10. Quare $6\frac{2}{5}$ & $6\frac{1}{4}$ debent eſſe æquales, nec ſunt. Differunt enim in ratione $\frac{2}{5}$ ad $\frac{2}{8}$ id eſt ut 8 & 5 vel 16 & 10.

Rurſus, quadratum a Z*c* æquale eſt 10 quadratis a quarta parte lateris CG, & quadratum ab *b*L æquale eſt

8 qua-

8 quadratis ab eadem quarta parte lateris CG. Quare quadratum ab *eb* deberet eſſe æquale $6\frac{2}{5}$ quadratis a quarta parte lateris CG. Sed quadratum ab *eb* ſive A*e* oſtenſum eſt æquale $6\frac{1}{4}$ quadratis a quarta parte lateris CG. Itaq; iterum reperitur diſſenſio ſimilis prioris.

Rurſus, quia quadratum a CG æquale eſt 10 quadratis a quinta parte arcus BC, quadratum ab *h*L (quod eſt dimidium quadrati a CG) erit æquale 5 quadratis ab eadem quinta parte arcus BC. Sed quadratum ab *eb* oſtenſum eſt æquale eſſe 4 quadratis ab eadem quinta parte arcus BC. Eſt ergo quadratum ab *h*L ad quadratum ab *eb* ut 5 ad 4. Fiat jam (juxta Regulam auream) ut 5 ad 4 ita 4 ad tertiam, eritq; illa tertia $3\frac{1}{5}$ pro quadrato rectæ *mn*. Quoniam autem recta AO vel A*e* oſtenſa eſt media proportionalis inter arcum BC & ejus ſemiſſem, erit quoq; *mn* (quæ eſt ſemiſſis rectæ AO) media proportionalis inter arcum quadrantis deſcripti ab A*h* & ſemiſſem ejus, id eſt inter Z*c* & ſemiſſem ipſius Z*c*. Quadratum autem a Z*c* æquale eſt $6\frac{1}{4}$ quadratis a quinta parte arcus BC. Quadratum ergo ab *mn* æquale eſt $3\frac{1}{8}$ quadratis a quinta parte arcus BC. Differunt ergo rurſus eadem ratione qua ante. Præterea quadrata ab *eb*, *mn*, *kl*, quia ſunt in ratione quadratorum ab A*n*, A*l*, A*f*, id eſt in ratione quadratorum ab AZ, A*h*, A*e* habebunt eodem modo calculum Geometricum ab Arithmetico diverſum ſicut illa, nempe ut per Regulam auream quadratum ab A*k*, vel *kl* majus juſto ſit quanto majus eſt $\frac{2}{5}$ quam $\frac{1}{4}$ ſive $\frac{2}{8}$ unius unitatis.

Poſtremò, quia quadratum a CG (16) eſt ad quadratum a Z*c* (10) ut 16 ad 10, ſive ut 10 ad $6\frac{1}{4}$ quadratum ab *eb* ſive A*e* (ut ante oſtenſum eſt) erit $6\frac{1}{4}$, quod conſentit

cum

cum calculo Geometrico. Sed quadrata illa non ſunt immediata, quia interponuntur quadrata ab YQ & *bL*.

Neq; mirum videri debet ſi calculus per Regulam auream producat numerum majorem quam calculus per ipſa plana Geometrica. Nam numerus eſt quantitates diſcretæ, in quibus una cum altera nihil habet communè, ſed tot revera ſunt res numeratæ quot numerantur. Quadrata autem hæc ſunt quantitas una continua, quæ (cum habeant quatuor latera unumquodq; non contigua ſed continua) quoties multiplicantur, toties ſingula latera eadem numero numerantur, id eſt unumquodq; latus multiplicatur, & proinde faciunt numerum quadratorum juſto majorem.

Hæc fusè, & (ut credo) perſpicuè explicui, ut ſciant tandem Geometræ qui plana metiri conſueverunt per Regulam auream vel per Algebram, fruſtra ſe facere.

PROP. XI.

Si a centro A ducatur recta Aa dividens arcum PV bifariam, ſecanſq; latus CG in a, erit Ga Tangens arcus 30 graduum.

DUcatur recta O*o* parallela lateri AC, ſecans latus BA in *o*, & arcum BC in *r*, & ducta B*r* producatur ad latus CG, illa recta abſcindet Tangentem 30 graduum, facietq; cum GC angulum æqualem $\frac{2}{3}$ ſive $\frac{8}{12}$ anguli recti. Rurſus, quia duo arcus CV, LP ſunt æquales, etiam totus arcus CL ſecabitur ab A*a* bifariam.

Eſt ergo angulus CA*a* quarta pars recti, & angulus

CaA, sive BAa tres quartæ unius recti, sive $\frac{9}{12}$ unius recti, & angulus ABr æqualis $\frac{8}{12}$ unius recti.

Anguli autem CAa, & ABr faciunt $\frac{17}{12}$ unius recti.

Ergo producta recta Br donec occurrat ubicunq; rectæ Ca, faciet cum ea angulum æqualem $\frac{7}{12}$ unius recti. Nam $\frac{8}{12}$, $\frac{9}{12}$ & $\frac{7}{12}$ faciunt $\frac{24}{12}$ id est duos rectos, id est angulum æqualem omnibus simul angulis qui constitui possunt super unam rectam in quocunq; puncto ad easdem partes.

Itaq; producta Br incidet in *a*; & propterea Ga æqualis est Tangenti 30 graduum.

Coroll. Recta Gi, quæ ostensa est æqualis arcui BC, æqualis quoq; est rectæ compositæ ex semidiametro circuli & Tangente 30 graduum.

Item Ai quæ divisa est bifariam a *kl*, dividitur quoq; bifariam à recta Aa; & *ai* æqualis est lateri BA.

Item manifestum est quod Ba Secans arcus 30 graduum, transit per *b*. Producta enim *eb* ad BG in *q*, erit Bq æqualis Ae; & *qb*, *q*G æquales; & cum BG plus Ga, BG sive Bq plus *qb*, & ipsa Bq sint continue proportionales, erit ut Bq ad *qb*, ita CG ad Ga. Ducta ergo Bb incidet in punctum *a*.

Prop. XII.

Latus Cubi Sphæræ circumscripti additum lateri cubi in eadem Sphæra inscripti rectam constituunt æqualem semiperimetro maximi in Sphæra circuli.

CUbus enim Sphæræ circumscriptus habet pro latere BG. Est autem BG æqualis diametro Sphæræ Cubo inscriptæ, cujus latus est ipsa BG.

Qua-

Quadratum autem a BG triplum eſt quadrati a G*a*. Latus ergo Cubi Sphæræ inſcripti eſt ipſa G*a*.

Sed utrumq; ſimul latus Cubi circumſcripti & inſcripti, nempe BG & G*a* oſtenſa ſunt æqualia rectæ G*i*, quæ recta oſtenſa eſt æqualis arcui BC. Arcus autem BC æqualis eſt ſemiperimetro maximi circuli inſcripti Cubo cujus latus eſt BG.

Recta A*s* quæ tranſit per interſectionem arcus CL & rectæ Z*c*, tranſit per cæteras omnes interſectiones arcuum & rectarum ſimiles & inter ſe æqualium. Oſtenſum enim eſt, æquales eſſe inter ſe arcum CL, & rectam Z*c*.

Manifeſtum item eſt Cubum a CG duplum eſſe Cubi a *Zc* ; & Cubum a *Zc* duplum eſſe cubi ab *eb* ; & Cubum ab *eb* duplum eſſe Cubi a *kl*, ſive A*k*.

Conſtat item, ſi in recta GH, quæ eſt dupla GC ſumatur G*p* quæ ſit dupla A*e* (cum G*i* ſit dupla Z*c*) quatuor rectas *GH*,*Gi*,*Gp*,*GC* eſſe continuè proportionales. Itaq; poſito Cubum a *GH* eſſe 64, Cubus a *Gi* erit 32, Cubus a *Gp* 16, Cubus a *GC* 8, Cubus a Z*c* 4, Cubus ab *eb* 2, Cubus a *kl*, vel A*k* 1.

Item Sphæram medio loco proportionalem eſſe inter Cubum a ſui ipſius diametro, & Cubum a quadrante perimetri circuli ſui maximi.

Etiam latera quinque figurarum regularium in hac Figura 2ª diſtinguuntur ſicut ſequitur. Si centro P, intervallo PY vel PQ, deſcribatur circulus, latus pentagoni circulo huic inſcripti erit latus Icoſaedri inſcripti Sphæræ cujus diameter eſt O*o*, centrum *l*. Nam quadratum ab YP vel PQ æquale eſt quinq; quadratis a quinta parte diametri O*o* vel *GC*. Cum enim quadratum a

GC

ſit 25 quadratis a quinta ſui parte, quadra-
æquale erit 20 quadratis a quinta parte ejuſ-
O*o*. Ergo quadratum ab YP vel PQ, nempe
quadrati ab YQ æquale eſt quinq; quadratis
rte diametri O*o*. Quare (per Euc. 13. 16.)
edri Sphæræ inſcripti cujus diameter eſt O*o*
ateri Pentagoni inſcripti circulo cujus diame-

ubi eidem Sphæræ inſcripti eſt recta G*a*, vel
Tangens 30 graduum in Circulo cujus ſemidi-
BC. Nam BC (ſive O*o*) triplum poteſt Tan-
graduum, ideoq; (per Euc. 13. 15) G*a* eſt la-
ſcripti eidem Sphæræ.
odecaedri in eadem Sphæra inſcripti eſt ma-
um rectæ G*a* (id eſt lateris Cubi) extrema &
ne ſecti (per Euc. 13. 17.)
etraedri æquale eſt rectæ quæ ſubtendit angu-
in triangulo cujus utrumq; latus circa angu-
æquale eſt lateri Cubi G*a*. Nam ſubtenſa illa
eſt rectæ G*a*. Quare potentia diametri O*o*
ius ſubtenſæ erit ſeſquialtera. Itaq; ſubtenſa
s Tetraedri in eadem Sphæra inſcripti (per

, latus Octaedri eidem Sphæræ inſcripti eſt
rda quadrantis, maximi in eadem Sphæræ Cir-
uadratum eſt dimidium quadrati ab O*o*; ide-
Octaedri in eadem Sphæra inſcripti (per Euc.

ag. 2. *lin.* 27. poſt AV in c, *inſere* & AC in h.

F I N I S.

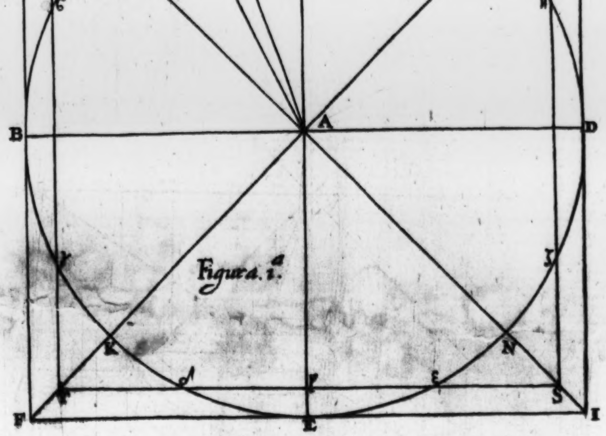

Figura. 1.a

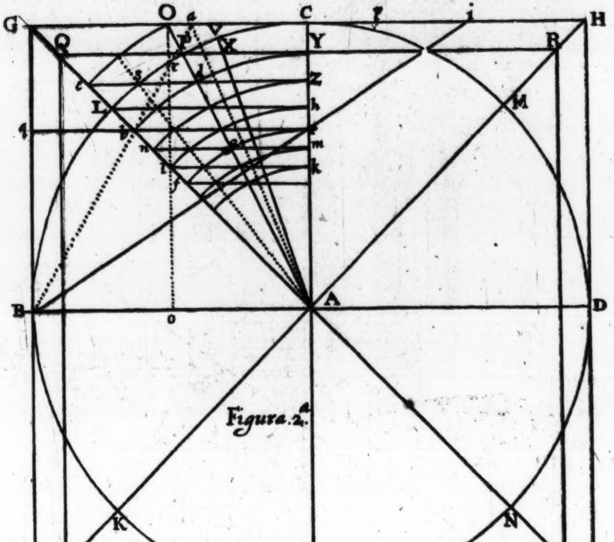

Figura. 2.a